

文章编号: 1002-1582(2026)03-0351-04

Airyprime 光束在 ABCD 光学系统中的传输特性

苏艳丽^{1,2}, 张睿雅¹, 姜其畅^{1,2*}

(1. 运城学院 物理与电子工程系, 山西 运城 04400)

(2. 光电信息科学与技术实验室, 山西 运城 044000)

摘 要: 为探究多光斑对称结构光束的传输规律, 基于柯林斯衍射积分方法, 理论分析了 Airyprime 光束在自由空间、透镜系统和梯度折射率介质等 ABCD 光学系统中的传输特性。研究发现, Airyprime 光束的九个光斑具有优良的空间对称性, 其传输行为随介质类型呈现显著差异化特征: 在自由空间中, 随传输距离增加, 中心光斑能量逐步向外弥散, 最终演化为四光斑结构, 并在长距离传输范围内保持该形态稳定; 在透镜系统中, 九个光斑的相对光强分布在传输过程中基本保持不变, 当传输距离超过一倍焦距后, 光束整体呈现发散趋势; 在梯度折射率介质中, 光束相对光强分布维持稳定, 受介质固有聚焦作用影响, 表现出周期性聚焦的独特传输特性。相关研究结果对进一步探索 Airyprime 光束的应用提供一定的理论参考。

关 键 词: 物理光学; Airyprime 光束; 梯度折射率介质; 传输特性

中图分类号: O437

文献标识码: A

Propagation characteristics of Airyprime beams in ABCD optical system

SU Yanli^{1,2}, ZHANG Ruiya¹, JIANG Qichang^{1,2*}

(1. Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng 044000, China)

(2. Laboratory of Optoelectronic Information Science and Technology, Yuncheng 044000, China)

Abstract: To explore the propagation laws of multi-spot symmetric structured beams, the propagation characteristics of Airyprime beams in ABCD optical systems (including free space, lens systems and graded-index media) are theoretically analyzed based on the Collins diffraction integral method. Results indicate that the nine spots of the Airyprime beam possess excellent spatial symmetry, and their propagation behavior exhibits significant differences with varying medium types. In free space, as the propagation distance increases, the energy of the central spot gradually diffuses outward, eventually evolving into a four-spot structure that maintains stability over a long propagation distance. In the lens system, the relative intensity distribution of the nine spots remains essentially unchanged during propagation, while the entire beam tends to diverge when the propagation distance exceeds one focal length. In the gradient-index medium, the relative intensity distribution of the beam stays stable, and it presents a unique periodic focusing propagation characteristic due to the inherent focusing effect of the medium. The relevant research results provide a theoretical reference for further exploration of the application of Airyprime beam.

Keywords: physical optics; Airyprime beams; gradient refractive index medium; propagation characteristics

0 引 言

艾里函数是由 Airy 在 1838 年为了计算焦散线

附近的光强而引入的一种特殊函数^[1], 在 1979 年, Berry 等指出以艾里函数表征的艾里波包解是无外场薛定谔方程的一类特解, 具有随时间不扩展的

收稿日期: 2026-01-17; 收到修改稿日期: 2026-03-01

基金项目: 山西省自然基金项目 (201801D121023)

作者简介: 苏艳丽 (1979—), 女, 副教授, 硕士, 从事光场调控方面的研究。syli1979@163.com

姜其畅 (1980—), 男, 教授, 博士, 从事光场调控方面的研究

* 通讯作者: jiangsir009@163.com

特点^[2], 这种波包理论上携带无穷大的能量, 因而无法在实验上获得。后来直到 2007 年, 美国中佛罗里达大学的 Siviloglou 等通过在理想艾里光束的表达式上增加一衰减因子即采用“截趾”的方法, 在光学实验上获得了类似的艾里光束^[3]。随后, 由于这种可实验获取的艾里光束仍然在一定传输距离内具有无衍射、自愈合和自弯曲的奇异特性而受到广泛的研究, 其在各种介质中的传输特性和应用前景相继报道^[4-7]。

作为艾里光束的扩展, 圆艾里光束、艾里高斯光束、艾里涡旋光束、Airyprime 光束、圆 Airyprime 光束逐渐受到研究人员的重视^[8-13]。其中 Airyprime 光束是周国泉等在 2015 年提出的由 Airyprime 函数描述的一类特殊光束, 它由两个符号相反的艾里函数一阶导数的乘积形式表示^[11]。为便于实验研究, 周国泉小组又将其中的一个符号项替换为指数衰减项^[14]。Airyprime 光束具有九光斑对称分布的独特空间结构, 区别于传统 Airy 光束的结构形态, 为突破单峰或双峰结构光束的应用瓶颈提供了新的载体。目前, 关于 Airyprime 光束的研究尚处于起步阶段, 其不同光学介质中的传输规律、能量演化机制及调控方法仍缺乏系统性分析, 极大限制了该类光束的实际应用拓展。近期的研究结果指出, Airyprime 光束可以采用对标准的拉盖尔高斯、厄米高斯光束或者优美的厄米高斯光束

进行光学艾里变换的方法获得, 此时获得的输出光束实际上是 Airyprime 光束和其他艾里相关光束的混合形式。2024 年, 周国泉等通过选择合适的光束参数, 获得了自聚焦能力达到千倍以上的圆 Airyprime 光束^[15], 邓冬梅等从理论和实验两方面对椭圆 Airyprime 光束的特性做了系统研究^[16], 黄贤伟等从理论上先后研究了 Airyprime 光束在湍流大气中的传输特性以及圆 Airyprime 光束的传播动力学问题^[17, 18]。为研究方便, 选取文献[11]中 Airyprime 光束的表征形式, 统一采用柯林斯衍射积分的方法, 系统分析了 Airyprime 光束在自由空间、透镜系统和梯度折射率等不同光学系统中的传输特性, 结果表明光束的传输行为随介质类型呈现显著差异化特征。

1 理论基础

为分析 Airyprime 光束在不同 ABCD 系统中的传输特性, 假定光束沿着轴方向传播, 其在初始入射面的形式如下^[11]

$$E(x, y, 0) = Ai\left(\frac{x}{x_0}\right) Ai'\left(-\frac{x}{x_0}\right) Ai\left(\frac{y}{y_0}\right) Ai'\left(-\frac{y}{y_0}\right) \quad (1)$$

式中, x_0, y_0 是横向坐标缩放尺度, $Ai(\cdot)$ 是艾里函数, $Ai'(\cdot)$ 是艾里函数的一阶导数即 Airyprime 函数。选取 $x_0 = y_0 = 1\text{mm}$, 可以得到 Airyprime 光束如图 1 所示。

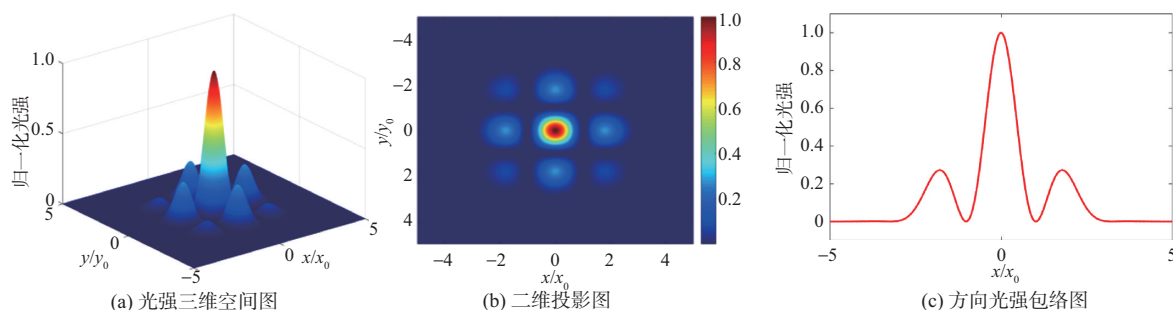


图 1 入射面处 Airyprime 光束的光强分布

可以看到 Airyprime 光束在 xy 平面具有较好的对称性, 中心位置处光斑的光强最大, 在 x, y 方向对称分布四个光强次之的光斑, 在 x, y 对角线方向分布的四个光斑光强最弱。文中所涉及的自由空间、透镜系统和梯度折射率介质均可用 ABCD 矩阵来表示, A, B, C, D 是光学系统矩阵的矩阵元。根据近轴条件下光场传输所遵从的柯林斯衍射积分公式, 任意传输距离处的光场可以表示为^[11]

$$E(x', y', z') = \frac{1}{i\lambda B} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E(x, y, 0) \times \exp \left\{ \frac{i\pi}{\lambda B} [A(x^2 + y^2) - 2(xx' + yy') + D(x'^2 + y'^2)] \right\} dx dy \quad (2)$$

式中, λ 是光波长, 将初始入射面的光场表达式 (1) 代入式 (2), 经过系列的推导可以得到

$$E(x', y', z') = \frac{1}{i\lambda B} \exp \left[\frac{i\pi D}{\lambda B} (x'^2 + y'^2) \right] \varphi(x') \varphi(y') \quad (3)$$

其中

$$\varphi(x') = \sqrt{\frac{i\lambda B}{2^{11/6} \pi^2 A}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 Ai(2^{-4/3} u^2) \exp \left[\frac{-iB}{2A z_{rx}} \left(u - \frac{2\pi x_0 x'}{\lambda B} \right)^2 \right] du \quad (4)$$

$$\varphi(y') = \sqrt{\frac{i\lambda B}{2^{11/6}\pi^2 A}} \int_{-\infty}^{\infty} u^2 Ai(2^{-4/3}u^2) \exp\left[\frac{-iB}{2Az_{ry}}\left(u - \frac{2\pi x_0 y'}{\lambda B}\right)^2\right] du \quad (5)$$

$$z_{rx} = z_{ry} = 2\pi x_0^2/\lambda \quad (6)$$

根据式(3)即可分析 Airyprime 光束在不同系统中的传输情况。

2 传输特性

对自由空间而言,其传输矩阵可表示为

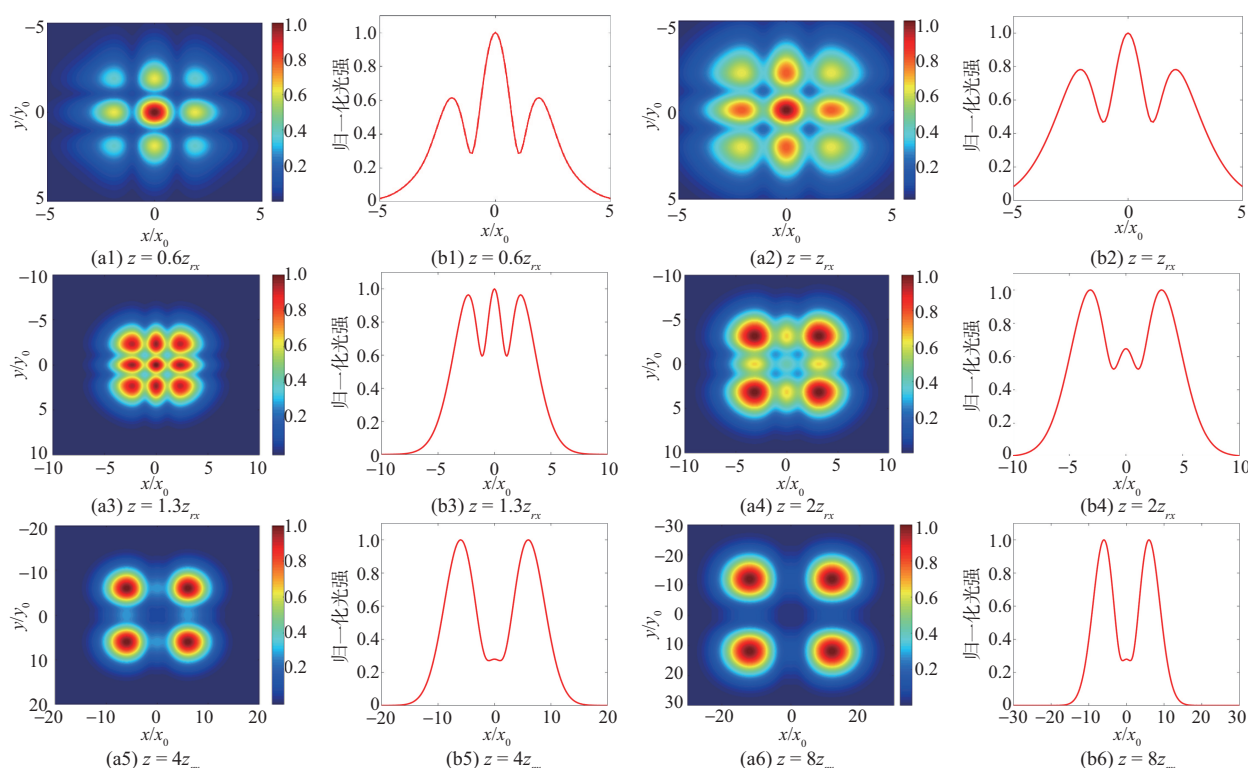


图2 Airyprime 光束在自由空间的传输特性

透镜是光束操控领域中常用的光学元件之一,引入透镜后,该光学系统的矩阵形式可表示为

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

在上述光学系统中,假设透镜置于传输距离 $z=0$ 处,透镜焦距取 $f=200\text{mm}$ 。从图3可见,光束在一倍焦距内逐渐聚焦,超过一倍焦距后则趋于发散。不同于自由空间中的传输特性, Airyprime 光束的九光斑相对光强分布在较长传输距离内几乎无明显变化。

最后,分析 Airyprime 光束在梯度折射率介质中的传输特性。此时的光学传输矩阵可表示^[19]

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

由于 Airyprime 光束具有优良的空间对称性,因此在分析其传输特性时,除给出光束传输到任意距离处的二维投影图之外,只需给出 x 方向光强包络图(如图2所示)即可。由图可见,随着传输距离的增加,中心光斑的能量逐渐向外弥散;当传输距离达到 1.3 倍瑞利距离时,九个光斑的光强峰值趋于一致;随着传输距离的进一步加大,九光斑结构逐渐演变为四光斑结构,且该四光斑形态可在较长传输距离内保持稳定,仅光斑尺度随传输过程缓慢增大。

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta z) & \frac{\sin(\beta z)}{n_0 \beta} \\ -n_0 \beta \sin(\beta z) & \cos(\beta z) \end{bmatrix} \quad (9)$$

梯度折射率分布满足

$$n = n_0 \left[1 - \frac{1}{2} \beta^2 (x^2 + y^2) \right] \quad (10)$$

式中, n_0 是轴上折射率, β 是梯度折射率分布系数。传输周期为 $L = 2\pi/\beta$, 以周期的倍数表示传输距离, Airyprime 光束的周期性传输情况如图4所示。可以看到:在光束的传输过程中,九个光斑的相对光强分布基本无明显变化,同时该光束呈现出周期性聚焦的特点,聚焦位置分别是 0.25 和 0.75 倍周期大小。

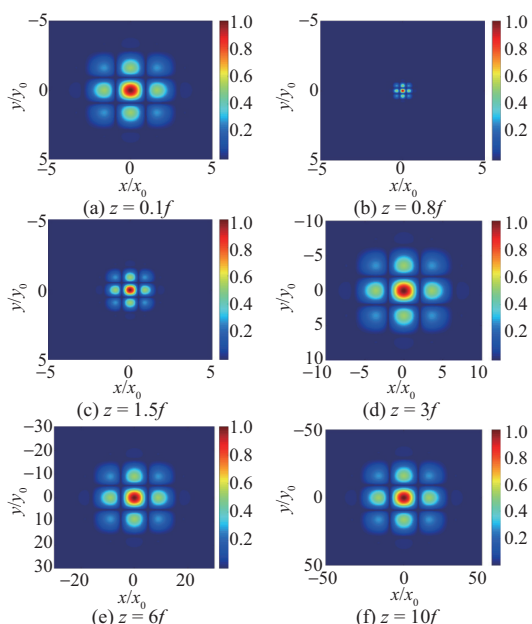


图 3 Airyprime 光束在透镜系统中的传输特性

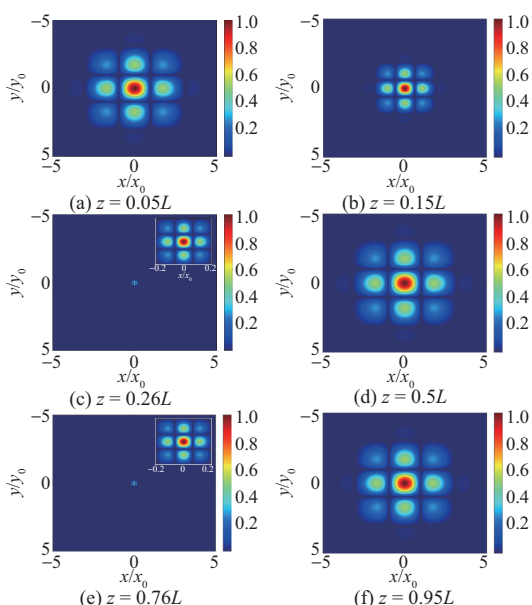


图 4 Airyprime 光束在梯度折射率介质中的传输特性,
 $n_0 = 1.594, \beta = 3.04$

3 总 结

采用柯林斯衍射积分方法, 推导了 Airyprime 光束在 ABCD 光学系统中的传输表达式, 进而分析其在自由空间、透镜系统和梯度折射率介质中的传输特性。Airyprime 光束的九光斑具有较好的空间对称性, 在自由空间中传输时, 九光斑对称结构会随着传输距离的增加而逐渐演化为四光斑结构; 而在透镜系统和梯度折射率介质中传输时, 九光斑的相对光强分布基本保持稳定, 且梯度折射率介质的聚焦作用使 Airyprime 光束呈现周期性聚焦的特点。这些研究结果对探索新型 Airy 类光束在光学工程领

域的应用具有重要意义, 后续将开展 Airyprime 光束的实验制备工作, 以验证理论分析的正确性。

参考文献:

- [1] Vallée O, Manuel S. Airy functions and applications to physics [M]. London: Imperial College Press, 2010: 35.
- [2] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets[J]. American Journal of Physics, 1979, 47(3): 264—267.
- [3] Siviloglou G A, Christodoulides D N. Accelerating finite energy Airy beams[J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 979—981.
- [4] Broky J, Siviloglou G A, Dogariu A, et al. Self-healing properties of optical Airy beams[J]. Optics Express, 2008, 16(17): 12880—12891.
- [5] Chen W J, Lu K Q, Yang J K, et al. Propagation dynamics of Airy beams and nonlinear accelerating beams in biased photorefractive media with quadratic electro-optic effect[J]. Applied Physics B, 2018, 124(11): 217.
- [6] Cai Z, Liu Y, Hu Y L, et al. Generation of colorful Airy beams and Airy imaging of letters via two-photon processed cubic phase plates[J]. Optics Letters, 2018, 43(5): 1151—1154.
- [7] Ye Z, Liu S, Lou C, et al. Acceleration control of Airy beams with optically induced refractive-index gradient[J]. Optics Letters, 2011, 36(16): 3230—3232.
- [8] Zhang Q, Chen Q X, He H L, et al. Propagation of autofocusing Airy vortex beams with quadratic phase modulation[J]. Optics & Laser Technology, 2025, 187: 112759.
- [9] Liu Y F, Xu G F, Zhuang C H, et al. Controllable optical bottles from chirped elliptical Airy Gaussian vortex beams[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2025, 193: 116108.
- [10] 赵森豪, 涂宸玮, 陆正宸, 等. 圆蝴蝶艾里涡旋光束的自动聚焦特性研究[J]. 光学学报, 2025, 45(11): 1126001.
- [11] Zhou G Q, Chen R P, Ru G Y. Airyprime beams and their propagation characteristics[J]. Laser Physics Letters, 2015, 12(2): 025003.
- [12] Bencheikh A. Spatial characteristics of the truncated circular Airyprime beam[J]. Optical and Quantum Electronics, 2019, 51(1): 2.
- [13] Zang X, Dan W S, Zhou Y M, et al. Simultaneously enhancing autofocusing ability and extending focal length for a ring Airyprime beam array by a linear chirp[J]. Optics Letters, 2023, 48(4): 912—915.
- [14] Dan W S, Zang X, Wang F, et al. Interference enhancement effect in a single Airyprime beam propagating in free space[J]. Optics Express, 2022, 30(18): 32704—32721.
- [15] Dan W S, Zang X, He J, et al. How to select the dimensionless radius to realize the strongest abruptly autofocusing ability of circular Airyprime beams[J]. Optics and Laser Technology, 2024, 168: 109932.
- [16] Chen D H, Mo Z W, Liang Z H, et al. Elliptical Airyprime vortex beam[J]. Optics Communications, 2024, 554: 130109.
- [17] Zhao H, Huang X, Bai Y, et al. Propagation properties of a finite energy Airyprime beam in atmospheric turbulence[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2025, 42(7): 862—869.
- [18] Dan W, Su Z, Huang X, et al. Propagation dynamics and radiation forces of circular Airyprime beams with a fractional-order vortex phase[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2026, 202: 117542.
- [19] Lazrek M, Hrichal Z, Belafha A. Propagation of vortex Hermite-cosh-Gaussian beams in a gradient-index medium[J]. Optical and Quantum Electronics, 2022, 54(1): 67.